

Colegio San Buenaventura

Murcia

# Ejercicios de matemáticas

## 3º ESO

Departamento de matemáticas

# 1. NÚMEROS REALES. FRACCIONES

1. Ordena de menor a mayor estos números decimales:

a) 5.4 5.004 5.0004 5.04 4.4 4.98 5 5.024

b) 7.3, 7.003 7.0003 7.03 6.5 6.87 7 7.037

2. Efectúa las siguientes operaciones con números decimales:

a)  $342.528 + 6726.34 + 5.3026 + 0.37$

b)  $372.528 - 69.68452$

c)  $46.562 \cdot 38.6$

d)  $526.6562 : 7$

e)  $25126 : 62.37$

f)  $35627.64 : 67.5261$

g)  $324 : 0.018$

h)  $12.96 : 6$

3. Efectúa.- ( Realiza la prueba)

$32'45 + 0'8 + 4 =$

$35'6 - 12'47 =$

$36'5 \times 2'07 =$

$394'75 : 12'4 =$

$346 : 20'02 =$

$11 : 0,027 =$

$36 + 0'278 + 2'5 + 3'7222 =$

$37'61 - 36'963 =$

$0'213 \times 2'3 =$

$3002 : 59'678 =$

$3'5 : 23'789 =$

$1,44 : 0,231 =$

4. Efectúa las siguientes operaciones con fracciones simplificando:

a)  $\frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} - 2$

c)  $\frac{2}{5} - \frac{1}{3} + \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{2}{5} - 2\right)$

e)  $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{6} : \frac{3}{4}$

g)  $2 - \frac{4}{5} \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)$

i)  $\frac{5}{6} + \frac{4}{5} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + 3$

b)  $\frac{1}{2} : \left[2 \cdot \left(1 - \frac{3}{4}\right) - \frac{1}{3}\right]$

d)  $\frac{1}{2} \cdot \left(2 - \frac{3}{5}\right) + \frac{4}{3}$

f)  $\frac{2}{5} - \frac{1}{3} + \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} - 4\right)$

h)  $\frac{2}{5} : \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} - 1$

j)  $\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} : \frac{3}{2} - 1$

5. Efectúa las siguientes operaciones con fracciones simplificando:

a)  $\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{4} : \frac{1}{2} - 1$

c)  $2 - \frac{4}{9} \cdot \frac{-2}{3}$

e)  $\frac{2}{5} : \frac{-2}{3} \cdot \left(6 - \frac{7}{4}\right)$

g)  $\frac{10}{3} \cdot \left[\frac{4}{5} - \left(\frac{2}{3} + \frac{7}{6}\right)\right]$

b)  $\frac{4}{5} \cdot \left(\frac{10}{3} + \frac{7}{3}\right)$

d)  $\left(2 - \frac{4}{9}\right) \cdot \frac{-2}{3}$

f)  $\frac{9}{3} - 3 + \left(4 - \frac{1}{6} + \frac{10}{4}\right)$

h)  $\left[\left(2 - \frac{3}{4}\right) \cdot \frac{1}{8}\right] \cdot \frac{3}{10}$

$$i) \frac{10}{4} - \frac{3}{2} : \left(4 - \frac{9}{2}\right)$$

$$j) \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{9}{5} : \frac{1}{4}$$

6. Efectúa:

$$a) \left(\frac{3}{5} \times \frac{1}{4}\right) \div \left(\frac{2}{5} \div \frac{1}{5}\right) = \left(\frac{2}{14} - 1 + \frac{5}{12}\right) - \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \times 2\right) =$$

$$b) \left(\frac{3}{25} + \frac{4}{15}\right) \div \left(\frac{3}{50} \times \frac{1}{3}\right) = \left(\frac{14}{25} \times \frac{15}{2}\right) : \left(\frac{7}{9}\right)$$

$$c) \left(\frac{5}{21} : \frac{55}{3}\right) : \frac{2}{7} = \left(\frac{3}{5} \times \frac{1}{4}\right) \div \left(\frac{2}{5} \div \frac{1}{5}\right) =$$

$$d) \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \cdot 4 = \left(\frac{2}{14} - 1 + \frac{5}{12}\right) - \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \times 2\right) =$$

$$e) \left[\left(\frac{2}{4} \times \frac{5}{7}\right) \div \left(\frac{9}{7} - 3 \times \frac{1}{7}\right)\right] + \left(\frac{2}{7} \times \frac{7}{3}\right) = \left(\frac{2}{14} - 1 + \frac{5}{12}\right) - \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \times 2\right) =$$

$$f) \frac{3}{25} + \frac{2}{15} \times 2 - \left(\frac{1}{9} \div \frac{2}{3}\right) = \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \times 3 - \left(\frac{1}{6} - \frac{2}{3}\right) =$$

$$g) 3 \cdot \frac{1}{4} - \left(\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4}\right) : \frac{5}{3} = \frac{5}{21} \div \frac{3}{5} + 8 - \frac{25}{36} =$$

$$h) \frac{2}{3} + 3 - 3 \times \frac{2}{3} = 3 \cdot \frac{1}{4} - \left(\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4}\right) : \frac{5}{3}$$

$$i) 2 + \frac{5}{4} \times 2 + 3 \div \frac{2}{7} = \frac{4}{3} \div \left(\frac{2}{5} \times 5 \times \frac{1}{5}\right) + 2 - \frac{1}{5} =$$

$$j) \frac{-2}{15} + \frac{4}{9} \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{4}{5} \times \frac{15}{3} \times \frac{1}{2} + 12 - \left(\frac{1}{4} \div 3\right) =$$

$$k) \frac{3}{25} + \frac{2}{15} \times 2 - \left(\frac{1}{9} \div \frac{2}{3}\right) = 3 + 2 \times \frac{4}{15} - \left(\frac{2}{4} - 3 \div \frac{2}{4}\right) =$$

### PROBLEMAS CON FRACCIONES:

- Los  $\frac{5}{9}$  de lo que cuesta un libro son 15 euros. ¿Cuánto cuesta el libro?
- Un padre presta 3000 euros a su hija, que suponen los  $\frac{5}{8}$  de su capital, y el resto a su hijo. ¿Qué capital poseía el hombre? ¿Cuanto prestó a su hijo?
- Ana le presta a María  $\frac{3}{5}$  de su dinero, a Paula  $\frac{2}{5}$  de lo que le queda y a Teresa 6 euros. Si en total Ana ha prestado  $\frac{7}{8}$  de su dinero ¿Cuánto tenía al principio?
- De un depósito que estaba lleno de agua se han sacado primero  $\frac{2}{3}$  del total, y después  $\frac{1}{5}$  del resto, quedando aún 400 litros. ¿Cuál era la capacidad del depósito?  
Juan gasta  $\frac{1}{4}$  de su dinero en el cine y  $\frac{1}{5}$  de lo que le queda en cenar. Le quedan en el bolsillo 22,4 euros ¿Cuánto dinero tenía?
- De una garrafa, Juan saca  $\frac{1}{3}$  del contenido y Pedro  $\frac{1}{3}$  de lo que queda. Al final quedan en la garrafa 4 litros de agua. ¿Cuál es la capacidad de la garrafa?
- Para realizar un problema un alumno empleó  $\frac{2}{5}$  del tiempo en leerlo, la tercera parte de lo que queda en plantearlo y le sobraron 4 minutos para resolverlo y comprobar el resultado. ¿Qué tiempo tardó en terminar el problema?
- Un empleado vende  $\frac{2}{3}$  de una pieza de tela, y otro  $\frac{1}{5}$  del resto, quedando 4 m. sin vender. ¿Cuántos metros medía la pieza de tela?

8. Un coche consume  $\frac{1}{7}$  de su combustible en un primer viaje. En un segundo viaje consume  $\frac{2}{5}$  de la gasolina que le queda. Efectúa un tercer viaje y consume  $\frac{2}{3}$  de lo que le quedaba, llegando al final del trayecto con 20 litros. ¿Qué capacidad tenía el depósito?
9. Una abuela decide repartir entre sus 4 nietos  $\frac{3}{8}$  de su pensión. El reparto lo hace de manera que a Juan le corresponden  $\frac{2}{3}$  del dinero, a Ana  $\frac{1}{5}$  del resto, a Lucía  $\frac{4}{5}$  de lo que queda y a Andrés 100 euros. Calcula cuanto cobra la abuela y cuanto le da a cada nieto.
10. Se desea distribuir 3950 euros entre tres personas, de tal modo que a la segunda corresponda los  $\frac{4}{5}$  de lo correspondiente a la primera; y a la tercera los  $\frac{5}{6}$  de lo de la segunda. ¿Cuánto corresponde a cada persona?
11. Antonio guarda la mitad de sus ahorros en el banco y  $\frac{1}{3}$  de lo que le queda en una caja fuerte. Le quedan por guardar 60 euros. ¿Cuántos euros tenía ahorrado Antonio?
12. Una tinaja está llena de agua. Se vacían sus  $\frac{3}{7}$  y luego los  $\frac{2}{9}$  de lo que queda. ¿Qué fracción del barril ha quedado con agua?
13. Una persona realiza  $\frac{3}{5}$  partes de un viaje en ferrocarril, los  $\frac{7}{8}$  del resto en conche y los 26 km restantes en moto. ¿Cuántos kilómetros recorre?

## 2. POTENCIAS Y RAÍCES

### POTENCIAS:

1. Realizar las siguientes operaciones con potencias:

- a)  $(-3)^1 \cdot (-3)^3 \cdot (-3)^4 =$
- b)  $(-27) \cdot (-3) \cdot (-3)^2 \cdot (-3)^0 =$
- c)  $(-3)^2 \cdot (-3)^3 \cdot (-3)^{-4} =$
- d)  $3^{-2} \cdot 3^{-4} \cdot 3^4 =$
- e)  $5^2 : 5^3 =$
- f)  $5^{-2} : 5^3 =$
- g)  $(-3)^1 \cdot [(-3)^3]^{-2} \cdot (-3)^{-4} =$
- h)  $[(-3)^6 : (-3)^3]^3 \cdot (-3)^0 \cdot (-3)^{-4} =$

2. Escribe en forma de una sola potencia:

- a)  $3^3 \cdot 3^4 \cdot 3 =$
- b)  $5^7 : 5^3 =$
- c)  $(5^3)^4 =$
- d)  $(5 \cdot 2 \cdot 3)^4 =$
- e)  $(3^4)^4 =$
- f)  $[(5^3)^4]^2 =$
- g)  $(8^2)^3 =$
- h)  $(9^3)^2 =$
- i)  $2^5 \cdot 2^4 \cdot 2 =$
- j)  $2^7 : 2^6 =$
- k)  $(2^2)^4 =$
- m)  $(4 \cdot 2 \cdot 3)^4 =$
- n)  $(2^5)^4 =$
- ñ)  $[(2^3)^4]^0 =$
- o)  $(27^2)^5 =$
- p)  $(4^3)^2 =$

3. Expresa como potencia única:

|   |  |
|---|--|
| a) $5^{-1} \cdot 5^4 \cdot \frac{1}{5}$   | b) $\frac{3^{-2} \cdot 3^4 \cdot \frac{1}{3}}{(3^{-3})^2}$                       |
| c) $\frac{4^{-5} \cdot (2^4)^6 \cdot \frac{1}{2^2}}{(2^0)^{-6} \cdot 2^{-2}}$                   | d) $\frac{7^6 \cdot \frac{1}{7^5} \cdot 7^{-9}}{(7^{-1})^5}$                     |
| e) $\frac{3^3 \cdot 2^3 \cdot 6^{-5} \cdot \frac{1}{6^3}}{3^{-1} \cdot 2^{-1} \cdot 6^2}$       | f) $\frac{9^5 \cdot \frac{1}{3^2} \cdot 9^{-4}}{(3^2)^{-2} \cdot (9^{-1})^{-2}}$ |
| g) $\frac{10^2 \cdot 0.01 \cdot 5^3 \cdot 2^3 \cdot \frac{1}{1000}}{5^2 \cdot 2^2 \cdot 0.001}$ | h) $\frac{5^2 \cdot 5^7 \cdot \frac{1}{125}}{5^{-3}}$                            |
| i) $\frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot 6^5 \cdot \frac{1}{6^4}}{6^0 \cdot 6^{-4}}$                       | j) $\frac{\frac{1}{25} \cdot 5^3 \cdot 5^{-2}}{125}$                             |
| k) $\frac{4^5 \cdot 2^5 \cdot \frac{1}{64} \cdot (8^2)^5}{8^{-2}}$                              |  |

### NOTACIÓN CIENTÍFICA:

1. Expresa en notación científica:

- 123 000 000 000
- 0'000 000 0123
- 6780 000 000 000
- 299 792'4562
- 0'003468 x 10<sup>-3</sup>

2. Expresa en número ordinario:

- 2'72 x 10<sup>6</sup>
- 7'811 x 10<sup>3</sup>
- 6 x 10<sup>-7</sup>
- 2'5 x 10<sup>-4</sup>
- 2'37 x 10<sup>12</sup>

3. Expresa en notación científica las siguientes cantidades:

- Distancia Tierra – Sol: 150.000.000 de km
- Virus del resfriado: 0'000 000 002 2 de m
- Peso de un estafilococo: 0'000 000 000 1 de g
- Masa de la Tierra: 5 976 300 000 000 000 000 000 t
- La carga de un electrón: 0' 000 000 000 000 000 000 160 218 92 c

4. A continuación se dan las distancias del sol a algunos planetas, estrellas o nebulosas.

Escríbelas en km, usando la notación científica y ordénalas:

- Próxima Centauro: 404 \* 10<sup>11</sup> km
- Júpiter: 777.600.000 km
- Marte : 228 millones de km
- Venus 108.100.000 km
- Tierra: 149'5 millones de km

5. Realiza las siguientes operaciones expresando los resultados en notación científica:
- $4'872 \times 10^4 + 1'74 \times 10^5 - 9'54 \times 10^6$
  - $3'76 \times 10^{12} - 8'53 \times 10^{13} + 4'98 \times 10^{14}$
  - $2'1 \times 10^{-6} \times 1'4 \times 10^{-8}$
  - $1'254 \times 10^{-2} - 5'1 \times 10^{-4}$
  - $(8'14 \times 10^{-5}) \times (-4 \times 10^3)$
  - $4'3 \times 10^{-4} : 5'2 \times 10^8$
  - $(6'5 \times 10^7 - 3'2 \times 10^5) : 1'28 \times 10^{-2}$
  - $1'03 \times 10^{-6} + 5 \times 10^{-8} - 10^{-5}$
6. Ordena de menor a mayor los siguientes números:
- |                         |                       |                        |
|-------------------------|-----------------------|------------------------|
| a) $2 \times 10^4$      | $0'2 \times 10^6$     | $20 \times 10^2$       |
| b) $3'1 \times 10^{-5}$ | $0'31 \times 10^{-3}$ | $31 \times 10^{-2}$    |
| c) $1'7 \times 10^3$    | $0'17 \times 10^5$    | $17000 \times 10^{-3}$ |
7. El intervalo entre dos pulsaciones de un corazón normal es de  $8'1 \times 10^{-1}$  segundos y la vida media de una persona es de 72'3 años. ¿Cuántas pulsaciones da un corazón humano por termino medio, a lo largo de su vida?
8. Sostienen algunos fisiólogos que de las  $10^{10}$  neuronas del cerebro humano, cada día se deterioran irreversiblemente 20.000. Al cabo de 60 años ¿Cuántas estarán fuera de combate?
9. El volumen de un yacimiento arcilloso se estima en  $0'8 \text{ km}^3$ . Calcula el número de ladrillos macizos de 20 cm, 10 cm y 3 cm que podría obtenerse.
10. Un motor de gasolina, de 4 cilindros, consume 7 litros de combustible en una hora, a un régimen de 4500 revoluciones por minuto. Expresa en notación científica, los litros que entran por termino medio en cada cilindro en una revolución.
11. ¿Cuántos segundos tiene un siglo? (considera que no hay años bisiestos)
12. La capacidad de un embalse es de  $2'62 \times 10^9 \text{ m}^3$ , pero más adecuado es usar hectómetros cúbicos. Expresa la capacidad en esta unidad.
13. La masa de la Tierra es de  $5'99 \times 10^{24} \text{ kg}$ ; la del Sol es de  $1'99 \times 10^{30} \text{ kg}$  ¿Cuántas veces contiene la masa del Sol la de la Tierra?
14. Un año luz es la distancia que recorre la luz en un año. Si sabemos que la velocidad de la luz es de 300.000 km/s, expresa en notación científica cuántos kilómetros son un año luz.
15. Un análisis de sangre de un paciente ha dado los resultados siguientes:  
- glóbulos rojos .....  $4'8 \cdot 10^6$  por  $\text{mm}^3$  de sangre.  
Calcular el número total de glóbulos rojos del paciente sabiendo que su cuerpo contiene 5 litros de sangre.

#### RAÍCES:

1. Realiza las siguientes operaciones con radicales:

a)  $\sqrt{125} + \sqrt{245} + \sqrt{405}$  sol:  $21\sqrt{5}$

b)  $\sqrt{27} + \sqrt{108} - \sqrt{363}$  sol:  $-2\sqrt{3}$

- c)  $\sqrt{8} + \sqrt{75} - \sqrt{18} + \sqrt{27} - \sqrt{32}$  sol:  $-5\sqrt{2} + 8\sqrt{3}$   
d)  $\sqrt{54} - \sqrt{150} + 2\sqrt{6} - \sqrt{72} + 2\sqrt{8}$  sol:  $-2\sqrt{2}$   
e)  $\sqrt{75} + \sqrt{147} + \sqrt{45} - \sqrt{80} + \sqrt{27}$  sol:  $15\sqrt{3} - \sqrt{5}$   
f)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{8} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4}$  sol:  $2^{9/4}$   
g)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[3]{16} \cdot \sqrt[3]{32}$  sol: 8  
h)  $\frac{\sqrt{343} \cdot \sqrt[3]{49} \cdot \sqrt[4]{7}}{\sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[4]{343}}$  sol:  $7^{4/3}$   
i)  $\frac{\sqrt[5]{3} \cdot \sqrt[3]{9} \cdot 9}{\sqrt[5]{3} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{3}}}$  sol: 27  
j)  $5^{1/4} \cdot 25 \cdot 5^{-1/3} / 125$  sol:  $5^{-13/12}$   
k)  $\sqrt[3]{8} \cdot 8 \cdot 4^{-1/2}$  sol:  $2^3$

2. Suma radicales, extrayendo siempre que sea posible los factores fuera del radical:

$$\sqrt{28} - \sqrt{63} + \sqrt{700} =$$

3. Opera y simplifica las siguientes expresiones:

a)  $\frac{\sqrt[4]{2^5} \cdot \sqrt{2^3}}{\sqrt[3]{2^3}}$       b)  $\frac{\sqrt{8} \cdot 2^{-2} \cdot \sqrt[4]{16}}{4^5 \cdot \sqrt[3]{2}}$

4. Racionaliza las siguientes expresiones:

a)  $\frac{3}{\sqrt{6}}$       b)  $\frac{3}{\sqrt[3]{2^3}}$       c)  $\frac{3}{3 - \sqrt{2}}$

5. Racionaliza:

a)  $\frac{5}{\sqrt{5}}$       b)  $\frac{5}{\sqrt[5]{5^3}}$       c)  $\frac{6}{\sqrt[4]{2^3}}$       d)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}}$

e)  $\frac{6}{2 + \sqrt{2}}$  sol:  $6 - 3\sqrt{2}$

f)  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$  sol:  $3 + \sqrt{6}$

g)  $\frac{6}{\sqrt{5} + \sqrt{2}}$  sol:  $2(\sqrt{5} - \sqrt{2})$

# 3. PROPORCIONALIDAD

## PORCENTAJES:

1. En un comercio anuncian, a principios de julio, las rebajas: “un 15% de descuento en todos los artículos”.  
Al empezar agosto, “rebajas sobre rebajas: un 10% sobre los artículos rebajados”
  - a) ¿cuánto costará el 11 de julio una camisa cuyo precio normal era de 30 euros?
  - b) ¿cuánto costará dicha camisa el 10 de agosto?
  - c) Si Luis ha aprovechado las rebajas de Julio y ha comprado unos vaqueros por 27,60 euros. ¿Cuál era el precio normal de los vaqueros antes de las rebaja?
2. Un embalse contiene después de las lluvias del mes de Abril 350 Hm<sup>3</sup> de agua. ¿cuántos Hm<sup>3</sup> tenía al comenzar el mes, si sabemos que ha recibido un 14% de su contenido?
3. En una granja mueren 400 de los 2000 pollos que había. ¿Cuál es el porcentaje de muertes?
4. Una tienda tiene un margen comercial del 35% de ganancia sobre los artículos que vende. Si vendió unos pantalones por 45 euros, ¿Cuánto le habían costado al tendero?
5. La carga máxima que puede transportar un camión es de 8 toneladas. En una fábrica hay 12 vigas iguales cuyo peso excede en un 35% la carga máxima del camión. ¿Cuál es el peso en kg. de cada viga?
6. La carga máxima que puede transportar un camión es de 8 toneladas. En una fábrica hay 12 vigas iguales cuyo peso excede en un 35% la carga máxima del camión. ¿Cuál es el peso en kg. de cada viga?
7. La superficie de un piso es de 90 m<sup>2</sup>. El salón comedor tiene 27 m<sup>2</sup> ¿Qué porcentaje de la superficie del piso corresponde al salón comedor?
8. Las reservas de agua de cierta comunidad han sufrido en el último mes un descenso del 15%, Si actualmente se cifran en 299 hm<sup>3</sup>. ¿cuáles son las reservas hace un mes?
9. Un artículo que vale 129 euros, ante una gran demanda, sube un 20%. Luego, se reduce la demanda y se rebaja un 20%, ¿sigue valiendo lo mismo que antes de la subida?
10. Hemos comprado un televisor, y hemos pagado 1000 euros.¿Cuánto costaba el televisor si nos han rebajado un 15%?
11. Un ordenador cuesta 1250 euros. ¿Cuánto se deberá pagar teniendo en cuenta que en la tienda le harán un 12% de descuento y posteriormente se cargará un 16% de IVA ¿
12. Daniel ha tenido que pagar una multa de tráfico con un 10% de descuento por pronto pago. Además ha tenido que pagar 50 euros por la grúa. ¿Cuál era el precio de la multa si abonó 225 euros?
13. Esther compra un libro de texto que le cuesta 15 euros. Si el librero le hace un descuento del 2%, ¿cuánto le rebaja? ¿cuánto le cuesta realmente?
14. Un programa de televisión fue visto en el mes de septiembre por 462000 espectadores, lo que supone un 32% más que el mes anterior. ¿Cuántos espectadores vieron el programa en el mes de agosto?
15. Un cultivo de bacterias de un laboratorio tiene 120000 bacterias y adquiere una enfermedad que produce la muerte del 16% de la población . Tratadas las bacterias

supervivientes con un producto muy eficaz se consigue aumentar la población en un 14%  
¿Cuántas bacterias forman la población finalmente?

16. Hemos pagado por una impresora 416,44 euros. Nos han cobrado un 16% de IVA ¿Cuál era el precio original de la impresora?

### PROPORCIONALIDAD (REGLAS DE TRES):

1. Veinte personas gastan 300 litros de agua en 7 días. ¿Cuántos litros harán falta para 50 personas durante 12 días?
2. Si 8 pintores tardan 20 días en pintar 4.000 m<sup>2</sup> de pared, ¿cuántos días tardarán 10 pintores en pintar 6.000 m<sup>2</sup> de pared?
3. Seis grifos llenan un depósito de 400.000 litros de capacidad en 10 horas. ¿Cuánto tiempo tardarán 15 grifos del tipo de los anteriores en llenar un depósito de 600.000 litros de capacidad?
4. Para alimentar 4 caballos durante 6 días se necesitan 216 kg de pienso. ¿Cuántos días se podrán alimentar 10 caballos con 1260 kg de pienso?
5. El jardín de un parque se ha instalado con el trabajo de 3 jardineros durante 25 días y trabajando 8 horas diarias. Se quiere crear en otro parque otro jardín análogo en características y extensión. Como se desea acabar en 4 días se han contratado 9 jardineros. ¿Cuántas horas deberán trabajar diariamente?
6. Un electrodoméstico que funciona 4 horas diarias durante 10 días ha originado un gasto de 150 euros. ¿Cuánto gastará funcionando durante 6 horas diarias en 8 días?
7. Para envasar cierta cantidad de vino se necesitan 8 toneles de 200 litros de capacidad cada uno. Queremos envasar la misma cantidad de vino empleando 32 toneles. ¿Cuál deberá ser la capacidad de estos toneles?
8. Una persona leyendo 4 horas diarias, a razón de 15 páginas por hora, tarda en leer un libro 10 días. Si leyendo a razón de 10 páginas por hora tardase 20 días, ¿cuántas horas diarias leería?
9. Enrique va al Colegio andando. Habitualmente tarda 25 minutos dando 100 pasos por minuto. Una mañana se levanta tarde y tiene que llegar al Colegio en 15 minutos, ¿cuántos pasos deberá dar por minuto?
10. Para pintar una pared de 7m. de larga y 2m. de ancha, necesitamos 30 kg de pintura. ¿Cuántos kg necesitaremos para pintar 3 paredes, que miden 2 m. menos de larga y 1 m. más de ancha?
11. Ocho chicos, en una acampada de 10 días, han gastado en comer 300 euros. En las mismas condiciones, ¿cuánto gastarán en comer 12 chicos durante una acampada de 15 días?
12. En una cafetería un camarero ha observado que por cada 100 kg. De naranjas se obtienen 40 litros de zumo. a) ¿cuántos kg de naranjas hacen falta para obtener 150 litros de zumo? b) ¿cuántos litros de zumo dan 750 kg de naranjas?

### INTERÉS SIMPLE:

1. ¿Cuál será el capital final que tendré si coloco 3750 euros al 8% durante dos años y medio?
2. ¿A qué tanto por ciento se han depositado 150.000 euros. en un banco, si en dos años ha producido unos intereses de 9.125 euros?
3. Un capital colocado al 8% durante dos años y medio se ha convertido en 4500 euros. ¿Cuál ha sido el capital invertido?
4. ¿En cuántos días un capital de 24.000 euros, colocados al 6.5 % producen 1872 euros?
5. Hemos metido en un banco 3000 euros, durante 3 años y hemos obtenido unos beneficios de 120 euros. ¿Qué rédito o tanto por ciento nos ha dado el banco?
6. ¿A qué tanto por ciento se han depositado 15000 euros en un banco, si en dos años ha producido unos intereses de 450 euros?
7. Después de 5 años, entre el dinero que metí en un banco y lo que me dio el banco tengo 4500 euros. Si inicialmente metimos 3850 euros ¿Qué rédito me dio el banco?

#### REPARTOS PROPORCIONALES:

1. Se quieren repartir 1980 m<sup>2</sup> de un terreno entre tres familias, de forma directamente proporcional al número de hijos de cada una. Si cada familia tiene 2, 4 y 5 hijos respectivamente, ¿qué parte del terreno recibirá cada una?
2. Un padre tiene 120 euros para repartirlo entre sus tres hijos proporcionalmente a sus edades que son 5, 8 y 12. ¿Cuánto le dará a cada uno?
3. Tres amigos compran un décimo de lotería de 30 euros. Cesar juega 20 euros, Pilar 7 euros y Rosa 3 euros. El décimo resulta premiado con 180 euros, ¿cuánto le corresponde a cada uno?
4. Un padre reparte 630 euros, de forma directamente proporcional a las edades de sus tres hijos, que tienen 10, 15 y 20 años. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?
5. Un empresario reparte una paga de beneficios de 990 euros entre sus tres empleados de forma inversamente proporcional a los días que faltaron. El empleado A faltó 3 días, el B 4 días y el C, 6 días. ¿Cuánto dinero le corresponde a cada uno?
6. En unas pruebas infantiles de natación han participado tres niños de 6,7 y 9 años. El premio es de 530 euros. ¿Cuánto le corresponderá a cada niño si deciden repartirlo en partes inversamente proporcionales a sus edades?
7. Una ONG reparte 30000 Kg de arroz entre 3 pueblos de forma inversamente proporcional al terreno que disponen que es de 4 Km<sup>2</sup>, 6 Km<sup>2</sup> y 10 Km<sup>2</sup>, respectivamente. ¿Qué cantidad de arroz le corresponde a cada pueblo?
8. Un padre reparte 100 euros entre sus tres hijos de forma inversamente proporcional al número de suspensos obtenidos en la 1ª evaluación. Si el número de suspensos es de 1, 2 y 5 ¿Qué cantidad le corresponde a cada uno?

# 4. POLINOMIOS

- Dados los polinomios:  $P(x) = 4x^2 - x + 2$ ;  $Q(x) = x^3 + x - 1$  y  $R(x) = 2x - 1$ . Hallar:
  - $P(x) + Q(x)$
  - $P(x) + R(x)$
  - $Q(x) \cdot R(x)$
  - $P(x) \cdot Q(x)$
  - $P(x) : R(x)$
  - $Q(x) : R(x)$
  - El resto de la división de  $P(x)$  por  $x - 1$
  - $P(-1)$
  - $P(-2) + [Q(-2)]^2$
  - El grado de  $[P(x)]^4$
- Multiplica:
  - $(x^4 - 2x^2 + 2) \cdot (x^2 - 2x + 3) =$
  - $(3x^2 - 5x) \cdot (2x^3 + 4x^2 - x + 2) =$
  - $(2x^2 - 5x + 6) \cdot (3x^4 - 5x^3 - 6x^2 + 4x - 3) =$
- Dividir:
  - $(x^4 - 2x^3 - 11x^2 + 30x - 20) : (x^2 + 3x - 2)$
  - $(x^6 + 5x^4 + 3x^2 - 2x) : (x^2 - x + 3)$
  - $(2x^5 + 2x^3 - x - 8) : (3x^2 - 2x + 1)$
- Divide por Ruffini:
  - $(x^3 + 2x + 70) : (x + 4)$
  - $(x^5 - 32) : (x - 2)$
  - $(x^4 - 3x^2 + 2) : (x - 3)$
- Halla el resto de las siguientes divisiones:
  - $(x^5 - 2x^2 - 3) : (x - 1)$
  - $(2x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 5x + 10) : (x + 2)$
  - $(x^4 - 3x^2 + 2) : (x - 3)$
- Indica cuáles de estas divisiones son exactas:
  - $(x^3 - 5x - 1) : (x - 3)$
  - $(x^6 - 1) : (x + 1)$
  - $(x^{10} - 1024) : (x + 2)$
- Comprueba que los siguientes polinomios tienen como factores los que se indican:
  - $(x^6 - 1)$  tiene por factor  $(x + 1)$
  - $(x^4 - 2x^3 + x^2 + x - 1)$  tiene por factor  $(x - 1)$
  - $(x^{10} - 1024)$  tiene por factor  $(x + 2)$
- Encontrar el valor de  $k$  para que al dividir  $2x^2 - kx + 2$  por  $(x - 2)$  dé de resto 4.
- Determinar el valor de  $m$  para que  $3x^2 + mx + 4$  admita  $x = 1$  como una de sus raíces.
- Hallar un polinomio de cuarto grado que sea divisible por  $x^2 - 4$  y se anule para  $x = 3$  y  $x = 5$ .
- Calcular el valor de  $a$  para que el polinomio  $x^3 - ax + 8$  tenga la raíz  $x = -2$ , y calcular las otras raíces.

12. Calcula el valor que debemos dar a  $m$  en el polinomio  $x^4 - mx^2 + 3mx - 1$  para que al dividirlo por  $x - 2$  se obtenga de resto  $-1$ .
13. Halla el valor de  $m$  para que el resto de la división  $2x^3 - mx^2 + 10 : x - 2$  sea exacta.
14. Halla el valor de  $a$  para que el polinomio  $x^4 + ax^2 - 5x + 1$  tenga de resto 1 al dividirlo por  $x + 1$ .
15. Encontrar el valor de  $k$  para que el polinomio  $P(x) = x^3 - kx^2 + x + 6$  sea divisible por  $x + 2$ .
16. ¿Cuánto debe valer  $k$  para que la división sea exacta?  $(x^3 + 5x^2 - 20x + k) : (x - 3)$
17. Encuentra el valor de  $a$  para que  $P(x) = x^4 - 1$  sea divisible por  $Q(x) = x^2 + a$ .

18. Aplica Ruffini a las siguientes divisiones:

- $(3x^4 - 3x + 4) : (x - 1)$
- $(2x^3 - 4x^2 + 2x - 1) : (x + 2)$
- $(3x^4 - 12x^2 - 40x - 3) : (x - 3)$
- $(2x^5 - 7x^3 + x^2 - 4) : (x + 2)$
- $(-x^3 + 3x^2 + 5x + 6) : (x + 1)$
- $(x^4 - 4x^3 + 3x - 2) : (x + 3)$
- $(6x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 7x + 5) : (x - 2)$
- $(3x^4 - 3x + 4) : (x + 1)$
- $(2x^4 + 3x^2 + 6x - 7) : (x + 1)$

19. Desarrolla y opera:

- $(x + 2)^2 + (2x - 1)(2x + 1) + 3x^2$
- $(1 - 3x)^2 + (2 + 3x)(2 - 3x) + (x + 1)^2$
- $(2x + 1)^2 + (x^2 + 2)^2$
- $(x + y)^2 + (3y - 1)^2 + y^2$
- $(x - m)^2$
- $(2a + 9b)^2$
- $(x^3 - a^2)^2$
- $(x^3y^3 + 2)(x^3y^3 - 2)$

20. Expresa como un producto notable estos polinomios:

- $x^2 + 25 + 10x$
- $4x^2 - 6x + 9$
- $9x^2 + y^2 + 6xy$

21. Desarrolla las siguientes igualdades notables:

- |                    |                     |                          |
|--------------------|---------------------|--------------------------|
| a) $(3 - x)^2$     | p) $(xy - x/2)^2$   | aa) $(x^2/2 - y^3)^2$    |
| b) $(5 + x)^2$     | q) $(3x/2 - 1/5)^2$ | bb) $(3x^4/4 - 1)^2$     |
| c) $(x - 3)^2$     | r) $(5x/3 + 2)^2$   | cc) $(5xy + 3z)^2$       |
| d) $(6x + 2)^2$    | s) $(6x - 1/3)^2$   | dd) $(5x^2 - 3)^2$       |
| e) $(7x - 1)^2$    | t) $(x/3 + y/4)^2$  | ee) $(9xy^2 - z^2)^2$    |
| f) $(8xy - 3)^2$   | u) $(3x/y - z)^2$   | ff) $(3x/2 + y/3)^2$     |
| g) $(4z + 2)^2$    | v) $(4x^2 - y)^2$   | gg) $(4x - y)^2$         |
| h) $(9xy + 2z)^2$  | w) $(x^3 - x^2)^2$  | hh) $(13z - 1)^2$        |
| i) $(6x - 3)^2$    | x) $(6x^4 - y^3)^2$ | ii) $(9x/z^3 - 1/x^2)^2$ |
| j) $(5 - x/2)^2$   | y) $(x^3 - 1/x)^2$  | jj) $(7x/3 - 2u)^2$      |
| k) $(3x/4 + 1)^2$  | z) $(3x + y^4)^2$   | kk) $(8xy/5 - 3x^2)^2$   |
| l) $(6 - 2x/3)^2$  |                     | ll) $(2 + 0,5x)^2$       |
| m) $(7x - 2xy)^2$  |                     | mm) $(6x/5 - 2x^3)^2$    |
| n) $(8xz - 1)^2$   |                     | nn) $(7x - z^4)^2$       |
| o) $(x/2 + y/3)^2$ |                     | oo) $(x^3 - 1/x)^2$      |

- pp)  $(z^4 + 1/z^2)^2$   
 qq)  $(9x^6 - 1/2x^2)^2$   
 rr)  $(y^8 + 2y^3)^2$   
 ss)  $(x^3y^2 - 2y)^2$   
 tt)  $(a + b)^2$   
 uu)  $[a + (b + c)]^2$   
 vv)  $[(a + b) - c]^2$   
 ww)  $[(a - b) + c]^2$   
 xx)  $[(a - b) - c]^2$

22. Encuentra una identidad notable tal que al desarrollarla dé el siguiente resultado:

- |                                  |                                |                       |
|----------------------------------|--------------------------------|-----------------------|
| a) $25 - 10x + x^2$              | aa) $9x^{12} - 6x^6y^2 + y^4$  | ll) $5x + 25 + x^2/4$ |
| b) $9 + 12z + 4z^2$              | bb) $36 + 25x^6 - 60x^3$       |                       |
| c) $64z^2 + 1 - 16z$             | cc) $16z^6 + 1/9 + 8z/3$       |                       |
| d) $16x^2y^2 + 8xyz + z^2$       | dd) $9 - 18x + 9x^2$           |                       |
| e) $25x^2/9 + 4 - 20x/3$         | ee) $64z^2/25 + 1/9 + 16z/15$  |                       |
| f) $9x^2/16 + 1/64 - 6x/32$      | ff) $25x^2y^2 + 9z^2 - 30xyz$  |                       |
| g) $9 + x^2 - 6x$                | gg) $x^2/4 + y^2/9 - xy/3$     |                       |
| h) $20x + 25 + 4x^2$             | hh) $25x^4 + 9 - 30x^2$        |                       |
| i) $9 + 16y^2 + 24y$             | ii) $64x^2y^2 + 9 + 48xy$      |                       |
| j) $1 + 12x + 36x^2$             | jj) $-16z + 4 + 16z^2$         |                       |
| k) $4 + x^2/4 - 2x$              | kk) $72xyz + 81x^2y^2 + 16z^2$ |                       |
| l) $49/4 + x^2 + 7x$             |                                |                       |
| m) $0,04 + x^2 - 0,4x$           |                                |                       |
| n) $x^4 + 2x^2y^2 + y^4$         |                                |                       |
| o) $49x^2 + 9y^4 + 42xy^2$       |                                |                       |
| p) $9x^2/y^2 + 1 - 6x/y$         |                                |                       |
| q) $64 + x^4/9 - 16x^2/3$        |                                |                       |
| r) $x^6/16 + x^4 - x^5/2$        |                                |                       |
| s) $36h^4 + 4 - 24h^2$           |                                |                       |
| t) $0,01x^4 + x^2 + 0,2x^3$      |                                |                       |
| u) $36x^2/49 - 12xy^2/7 + y^4$   |                                |                       |
| v) $9a^6 + 6a^3b + b^2$          |                                |                       |
| w) $64y^{10} + z^2x^2 - 16zxy^5$ |                                |                       |
| x) $z^3 + 64 - 16z^4$            |                                |                       |
| y) $2y^3/9 + 1/81 + y^6$         |                                |                       |

23. Calcula las raíces y factoriza los siguientes polinomios:

- a)  $P(x) = x^3 - x^2 - 2x$
- b)  $P(x) = x^3 + 3x^2 - 10x$
- c)  $P(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$
- d)  $P(x) = x^3 - 3x^2 - 4x + 12$
- e)  $P(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$
- f)  $P(x) = x^3 + 5x^2 + 3x - 9$
- g)  $P(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 5$
- h)  $P(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$
- i)  $P(x) = x^3 + 3x^2 - 13x - 15$
- j)  $P(x) = 3x^3 + 18x^2 + 27x$
- k)  $P(x) = -2x^3 + 2x^2 + 18x - 18$
- l)  $P(x) = x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 4x$
- m)  $P(x) = x^4 - 5x^3 + 2x^2 + 8x$
- n)  $P(x) = x^4 + x^3 - 16x^2 - 4x + 48$
- o)  $P(x) = x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$
- p)  $P(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x + 4$
- q)  $P(x) = x^4 + x^3 - 27x^2 - 25x + 50$
- r)  $P(x) = x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6$
- s)  $P(x) = x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 4x$

24. Factoriza:

- a)  $x^4 - x^3 - x^2 + x$
- b)  $3x^3 + 3x^2 - 18x$
- c)  $x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 38x - 24$
- d)  $x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x + 2$
- e)  $x^5 - 5x^4 + 7x^3 - 3x^2$
- f)  $2x^3 - 2x^2 - 12x$
- g)  $3x^4 + 6x^3 + 6x^2 + 6x + 3$
- h)  $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$
- i)  $x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 6x + 4$
- j)  $4x^4 - 6x^3 + 2x^2$

25. Sabiendo que 2, 3 y -1 son ceros de un polinomio de tercer grado y que el coeficiente del término de mayor grado es 5, escribir el polinomio.

## 5. FRACCIONES ALGEBRAICAS Y RADICALES

1. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas, en los casos posibles:

a)  $\frac{3x^2 + x}{2x}$

b)  $\frac{3x - 6}{5x - 10}$

c)  $\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

d)  $\frac{x + 1}{x^2 + 2x + 1}$

e)  $\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}$

2. Simplifica las fracciones algebraicas:

a)  $\frac{x^4 + 5x^3 - 4x^2 - 20x}{x^3 - 5x^2 - 4x + 20}$

b)

c)  $\frac{x^5 + x^4 - 8x^3 - 8x^2 + 16x + 16}{x^5 - 8x^3 + 16x}$

d)

e)  $\frac{x^3 - 12x^2 + 41x - 30}{x^2 - 25}$

f)  $\frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^2 - 1}$

g)  $\frac{x^3 - 3x^2 - 4x + 12}{x^2 - 4}$

h)  $\frac{x^3 - 5x^2 + 7x - 3}{(2x - 2)(x - 3)}$

i)  $\frac{2x^3 + 9x^2 + x - 12}{x^3 + 4x^4 - x - 4}$

j)  $\frac{x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6}{x^3 - 5x^2 + 7x - 3}$

3. Realiza las operaciones indicadas y simplifica el resultado en los casos que se pueda:

a)  $\frac{10x^3}{15(x+1)} \cdot \frac{x+1}{x^2}$

b)  $\frac{2}{x} + \frac{3x-11}{x}$

c)  $\frac{50x^3y}{7z} : 10x^2y^2$

d)  $\frac{1}{x} + \frac{2x-3}{x+1}$

e)  $\frac{1}{2x} + \frac{3x-2}{x} - \frac{x}{3}$

f)  $\frac{x^2-4}{x+2} : \frac{x^2-2x}{x^2}$

g)  $\frac{2x-3}{5x} : \frac{4x-6}{3x^2+2x}$

4. Extrae todos los factores que sea posible en los siguientes radicales:

a)  $\sqrt{12}$

b)  $\sqrt{98}$

c)  $\sqrt{48}$

d)  $\sqrt{2 \cdot 3^2 \cdot 5^5}$

e)  $\sqrt[4]{2^7 \cdot 3^{14} \cdot 5^4}$

f)  $\sqrt{x^7}$

g)  $\sqrt[3]{x^6 \cdot y^4}$

5. Calcula las siguientes sumas de radicales:

a)  $2\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + \sqrt{2}$

b)  $3\sqrt[4]{5} - 2\sqrt[4]{5} - \sqrt[4]{5}$

c)  $\sqrt{12} - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{75}$

d)  $2\sqrt{12} - 3\sqrt{75} + \sqrt{27}$

e)  $2\sqrt{2^2 \cdot 3} - 3\sqrt{3 \cdot 5^2} + \sqrt{3^3}$

f)  $\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{250}$

g)  $\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{250} + \sqrt[6]{4} - \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$

6. Opera y simplifica:

a)  $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[4]{27}$

b)  $\sqrt[6]{12^3} \cdot \sqrt[6]{36^2}$

c)  $\frac{\sqrt{256}}{\sqrt[3]{16}}$

d)  $\frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a^3}}{\sqrt[6]{a^4}}$

e)  $\left( \frac{\sqrt[3]{12} \cdot \sqrt[4]{18}}{\sqrt{6}} \right)^4$

f)  $\frac{\sqrt{8} \cdot 2^{-2} \cdot \sqrt[4]{16}}{4^5 \cdot \sqrt[3]{2}}$

# 6. ECUACIONES Y SISTEMAS

## ECUACIONES DE PRIMER GRADO

1. Quitar denominadores, transposición de términos, reducir términos semejantes y despejar la incógnita:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{4x-6}{6} = \frac{3x+9}{18} & \text{b) } \frac{2x}{5} - \frac{x-2}{3} = x-4 & \text{c) } \frac{x+1}{4} - \frac{x-1}{6} = \frac{x}{7} \\ \text{d) } 5x + \frac{3}{2} = \frac{3x+1}{2} & \text{e) } \frac{3x}{2} + \frac{5x}{3} = 3x - \frac{1}{4} & \text{f) } 3 - \frac{2x}{4} = x \\ \text{g) } \frac{2x-3}{2} - \frac{4x-1}{2} = \frac{3x+1}{4} + \frac{6x-2}{6} \end{array}$$

2. Quitar paréntesis, quitar denominadores, transposición de términos, reducir términos semejantes y despejar la incógnita:

$$\begin{array}{l} \text{a) } 3(x-3) + 4(x+1) = 6x+6 \\ \text{b) } 2\left(\frac{x-6}{3}\right) + 5(x+3) = 6(x+5) \\ \text{c) } 6(x+4) - 4(x+5) = x-6 \\ \text{d) } 5(x+7) - \frac{3(x+6)}{2} = -\frac{x+4}{3} \\ \text{e) } 3\left(2x - \frac{6}{3}\right) + 4\left(\frac{x}{6} + 5\right) = \frac{3(3x+9)}{2} \\ \text{f) } \frac{3(x+2)}{5} + 2(x+1) = 4(x+7) \\ \text{g) } \frac{x+1}{3} + 2(x-2) = 2(x+1) \\ \text{h) } \frac{3(x-1)}{3} + \frac{2(x-2)}{15} = \frac{18x+3}{2} \\ \text{i) } \frac{5(x+2)}{2} + \frac{x-1}{3} = \frac{16x+30}{6} \end{array}$$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$\begin{array}{l} \text{a) } 2x + 3(x-1) = 6(x-3) + 13 \\ \text{b) } x - 4(x-8) = 3(x-5) + 5 \\ \text{c) } 5(x+9) - 3(x-7) = 11(x+2) - 10 \\ \text{d) } 4(5-6x) = 2(8x+3) + 4 \\ \text{e) } 2(3x-8) = (6x+4) - 15 \cdot 2x \\ \text{f) } 8 + [3+2x - (3x-9)] = 0 \\ \text{g) } [x - (4+2x)] - 2(4x+3) = 1 \\ \text{h) } \frac{x+2}{2} - \frac{x+3}{3} = \frac{x+4}{4} - \frac{x-5}{5} \\ \text{i) } \frac{3-2x}{5} - \frac{4-5x}{3} = \frac{7x-5}{2} \\ \text{j) } 4 - 3x + \frac{2}{5} = \frac{x+3}{2} \\ \text{k) } x + \frac{2}{3}x = 3x - \frac{1}{6} \\ \text{l) } 3 - 2 \cdot (5-x) = \frac{1}{3}x - 2 \\ \text{m) } \frac{3}{6} - \frac{4-2(x+2)}{3} = \frac{11}{2}x - \frac{3(x+1)}{5} \end{array}$$

n)  $6x - (3x + 10) = 2x + 2(x - 3)$   
o)  $\frac{4-x}{3} + \frac{x+2}{5} = 2 + \frac{x-6}{6}$   
p)  $\frac{x+2}{2} + 4 = \frac{5x+11}{3} - 1$   
q)  $\frac{x+4}{5} - \frac{3+x}{4} = \frac{x-1}{2} - \frac{1}{2}x$   
r)  $6x - (3x + 10) = 2x + 2(x - 3)$   
s)  $\frac{3x-6}{2} - \frac{3-x}{6} = \frac{x-1}{12} - \frac{5x-4}{18}$   
t)  $\frac{x-1}{6} - 2 = 1 + \frac{2-x}{3} - \frac{1-2x}{2}$

- Halla tres números pares consecutivos cuya suma sea 24.
- Si el perímetro de un hexágono mide 54 m. ¿Cuánto mide su lado?
- Un número más el doble del siguiente es 26. ¿Cuál es ese número?
- La suma de dos números es 32 y uno de ellos es igual a la séptima parte del otro. Halla los dos números.
- Cervantes nació en el siglo XVI y la suma de las cifras del año de su nacimiento es igual a 17. ¿En qué año nació el ilustre autor de Don Quijote de la Mancha si la cifra de las unidades es 7?
- Reparte 105 euros entre 5 personas, de modo que a cada una le correspondan 5 euros más que a la anterior.
- La suma de dos números pares consecutivos es 102. Halla esos números.
- La suma de tres números impares consecutivos es 69. Busca los números.
- La suma de dos números pares consecutivos es 210. Halla esos números.
- En una reunión hay 4 veces más niños que mujeres y de hombres 3 veces más que la mitad de mujeres. Si en total hay 91 personas ¿Cuántos niños, mujeres y hombres hay?
- En un avión viajan el cuádruple de hombres que de mujeres y la mitad de niños que de mujeres, en total viajan 165 personas. ¿Qué número corresponde a cada tipo de persona?
- Un hombre legó su fortuna de la siguiente manera: la mitad para su esposa, la tercera parte para su hijo, la octava parte para su sobrina y 180 € a una institución benéfica ¿Cuánto dinero poseía?
- Marisa tiene 20 años más que su hijo y dentro de 5 años tendrá el doble de edad que la que entonces tenga éste. ¿Qué edad tiene cada uno?
- La diferencia de edad entre dos hermanos es de 5 años y dentro de 2 años uno tendrá doble que el otro. ¿Qué edad tiene cada uno?
- El perímetro de un rectángulo mide 34 m. Calcula sus dimensiones sabiendo que la base mide 7 m más que la altura.

### ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

- Indica el valor de los coeficientes a, b y c en las siguientes ecuaciones:  
a)  $2x^2 + 3x - 5 = 0$                       f)  $4x - 3 = x^2$

b)  $3x^2 - 4 = 0$   
c)  $x^2 - x = 0$   
d)  $3x^2 - 4x = 6$   
e)  $x^2 = x$

g)  $x^2 = -1$   
h)  $2x = -x^2 + 5$

2. Sin resolver estas ecuaciones, distribúyelas en tres conjuntos:

- A. Las que tienen dos soluciones distintas.  
B. Las que tienen dos soluciones iguales.  
C. Las que no tienen solución.

a)  $3x^2 - 7x + 2 = 0$   
b)  $x^2 - 2x + 3 = 0$   
c)  $4x^2 - 12 + 9 = 0$

d)  $3x^2 + 5x - 2 = 0$   
e)  $4x^2 - 4x + 1 = 0$   
f)  $4x^2 - 5x + 3 = 0$

g)  $5x^2 - 7x + 8 = 0$   
h)  $x^2 + x + 1 = 0$   
i)  $36x^2 + 12x + 1 = 0$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $x^2 - x = 0$   
b)  $2x^2 + 18x = 0$   
c)  $x^2 + 9 = 0$   
d)  $9x^2 - 4 = 0$   
e)  $25x^2 - 16 = 0$   
f)  $13x^2 - 169x = 0$   
g)  $13x^2 - 2197 = 0$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $x^2 - 5x + 6 = 0$   
b)  $x^2 + 6x + 8 = 0$   
c)  $x^2 - 10x + 21 = 0$   
d)  $2x^2 - 7x + 6 = 0$   
e)  $3x^2 + 5x - 8 = 0$   
f)  $5x^2 + 7x - 6 = 0$

5. Agrupa los términos y resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $4x^2 + 5x - 9 = 2x - 2$   
b)  $2x^2 - 3x + 2 = 3x^2 - 3x - 2$   
c)  $x + 12 = 4x^2 + x + 8$   
d)  $-4x^2 + 12x - 3 = x - 3$   
e)  $4x^2 + x - 2 = 2x - 2x^2$   
f)  $3x + 2x^2 - 2 = x^2 + 2x + 4$

6. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $2(3x-1) - x^2 = 4x$   
b)  $-3(x-2) + 2x^2 = -3x + 6$   
c)  $2x^2 - 3x + 4 = -5x(2x-1) + 8$   
d)  $2x^2 - 3x = 2(x^2 - 3x) - 7$   
e)  $(3x-1)(2x+3) = -4$   
f)  $x(x-8) - 3 + 4x = 2 + x - 5$   
g)  $x(x-6) + 3x - 1 = 2 + 4x - 3$

7. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $x^2/4 - 3x = -8x + 21/4$   
b)  $x^2/4 + 2 = 3x/2$   
c)  $x^2 - x/2 = 1/3 - 2x/3$   
d)  $x^2 - 1/2 = (x+5)/2$

8. Sin necesidad de resolverlas, indica el número de soluciones de estas ecuaciones:

- a)  $2x^2+4x-4=0$
- b)  $x^2+x+7=0$
- c)  $x^2-2x+1=0$
- d)  $x^2+2x-10=0$
- e)  $x(x+6)-9x=-9(x+1)$

9. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- a)  $x^2-16=0$
- b)  $x^2-28=-3$
- c)  $x^2+5x+2=0$
- d)  $3x^2+9x=0$
- e)  $4x^3+9x^2-3x=0$
- f)  $2x^4+7x^3-9x^2=0$

10. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- a)  $x^2-6x+9=0$
- b)  $x^2-45=4$
- c)  $2x^2-8x=0$
- d)  $x^2-3=13$
- e)  $2x^4+9x^2-68=0$
- f)  $x^3+5x^2+2x=0$
- g)  $x^4-5x^3+5x^2=0$
- h)  $3x^2=6x$
- i)  $4x^2-5=4$
- j)  $3-4x^2=8x^2-9$

11. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- a)  $-10x^2=5x$
- b)  $3x^2-3x-6=0$
- c)  $2x^4-40x^2+128=0$
- d)  $x^3-2x^2-15x=0$
- e)  $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$
- f)  $x^3 - 6x^2 + 9x = 0$
- g)  $x^4 - 17x^2 + 16 = 0$
- h)  $x^3 + 3x^2 - 10x = 0$
- i)  $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$
- j)  $x^3 - 4x^2 + 3x = 0$
- k)  $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$
- l)  $\frac{x^2 + 3}{x} = \frac{8x}{x^2 - 3}$

12. Las medidas de los lados de un rectángulo son dos números consecutivos. Calcula el área de dicho rectángulo, sabiendo que su diagonal mide 5 cm.

13. El área de un campo rectangular es de  $9800 \text{ m}^2$ . Calcula sus lados si uno mide el doble que el otro.
14. Halla los lados de un rectángulo de área  $1120 \text{ cm}^2$ , sabiendo que el mayor es 3 cm más grande que el menor.
15. Se ha medido la diagonal de un campo de fútbol obteniéndose 180 m. Se sabe que los lados son proporcionales a 4 y 6 respectivamente. Calcula las dimensiones del campo.
16. Los lados de un triángulo rectángulo son números enteros consecutivos. Calcula el área de dicho triángulo.
17. Halla los lados de un triángulo rectángulo sabiendo que el cateto mayor es 15 cm más grande que el menor y que la hipotenusa es 15 cm más grande que el cateto mayor.
18. Una baldosa con forma cuadrada tiene  $10 \text{ cm}^2$  menos de área que otra y el lado de esta baldosa es medio metro más largo que el de la primera. Calcula el perímetro de cada baldosa.
19. Halla dos números cuya diferencia sea 15 y cuyo producto sea 324.
20. Halla dos números cuya suma sea 22 y cuyo producto sea 120.
21. Halla dos números consecutivos cuyo producto sea 110.
22. Halla dos números cuya suma sea 23 y cuyo producto sea 120.
23. Halla dos números cuya diferencia sea 12 y su producto 64.
24. Halla los lados de un rectángulo de área  $1120 \text{ cm}^2$  sabiendo que el mayor es 3 cm más grande que el menor.
25. El área de un rectángulo es de  $12 \text{ cm}^2$ . Si formamos un nuevo rectángulo cuyas dimensiones midan 4 cm y 2 cm más que las del inicial, la nueva área es de  $40 \text{ cm}^2$ . Calcula las dimensiones del triángulo inicial.
26. Calcula la longitud de los catetos de un triángulo rectángulo de  $44 \text{ cm}^2$  de superficie, sabiendo que la base es 3 cm más larga que la altura.
27. Si el lado de un cuadrado aumenta en 7 cm., su superficie aumenta en  $301 \text{ cm}^2$ . Halla el lado.
28. La diagonal de un rectángulo mide 40 metros. ¿Cuáles son los lados adyacentes si uno de ellos es los  $\frac{3}{4}$  del otro?
29. Calcular las dimensiones de un triángulo rectángulo sabiendo que uno de sus catetos es 4 cm más largo que el otro cateto y que su hipotenusa es de 6 cm.
30. En un rombo, una diagonal es doble que la otra y el área es  $4 \text{ dm}^2$ . ¿Cuánto mide el lado del rombo?
31. ¿Existe algún número entero tal que su cuadrado menos su doble sea igual a 3?

## SISTEMAS DE ECUACIONES

1. Resolver por los tres métodos los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 14 \\ x - y = 6 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x - 3y = -14 \\ 3x + 3y = 39 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} -4x - 4y = 30 \\ 4x + 5y = -44 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 5x + y = 8 \\ 4x + y = 6 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} 6x + 4y = 14 \\ 6x - 3y = -21 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} 3x + 5 = y \\ y - 11 = 6x \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} -4x + 3y = -1 \\ x + 2y = \frac{7}{6} \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = \frac{13}{24} \\ \frac{3x}{2} - \frac{y}{3} = \frac{19}{6} \end{cases}$$

$$i) \begin{cases} 4x + 0.3y = 16.9 \\ 0.5x - 3y = -7 \end{cases}$$

$$j) \begin{cases} 0.2x + 5y = 7 \\ 0.3x + 0.4y = 3.4 \end{cases}$$

$$k) \begin{cases} 4x - 2y + 8 = 8y - 6x - 2 \\ 3(x - y + 1) = 3y - 2x - 9 \end{cases}$$

$$l) \begin{cases} 2(x + y) = 3(x - y) \\ 3y = x + 2 \end{cases}$$

$$m) \begin{cases} 2(3x - 4y) = 38 \\ 3(2x + 3y) + 4 = 5x \end{cases}$$

$$n) \begin{cases} x(y - 2) - y(x - 3) = -14 \\ y(x - 6) - x(y + 9) = 54 \end{cases}$$

$$o) \begin{cases} \frac{x + y}{2} = 8 - \frac{x - y}{4} \\ \frac{2(x + y)}{3} = 2 + \frac{3(x - y)}{4} \end{cases}$$

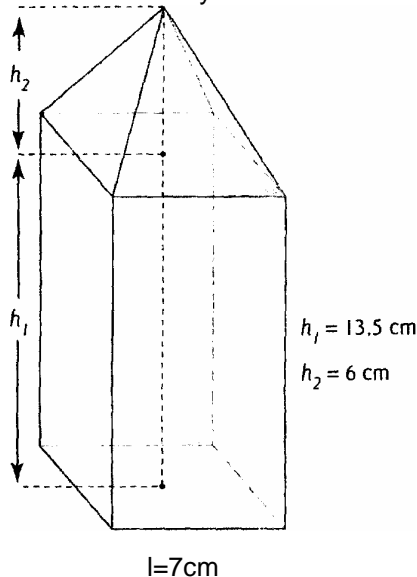
$$p) \begin{cases} 3x - 4y - 2(2x - 7) = 0 \\ 5(x - 1) - (2y - 1) = 0 \end{cases}$$

2. El doble de la edad de Juan más la de su hermano Pedro dan los 44 años de su padre, y dentro de 2 años la edad de Juan será el doble que la de Pedro. ¿Cuántos años tienen ahora?
3. La edad de un padre más el doble de la de su hijo suman hoy 120 años y hace 5 años la edad del padre era triple de la del hijo ¿Cuántos años tienen cada uno?
4. En una granja hay cerdos y gallinas, sumando el total de patas 4.280. Si disminuimos en 70 el nº de cerdos, el nº de gallinas será el triple que estos. ¿Cuántos cerdos y gallinas hay?

5. La suma de las edades de un padre, una madre y su hijo es de 142 años. Si sumamos la edad de los padres nos da 6 veces la edad del hijo más 2 años, mientras que si restamos a la edad del padre la de la madre el resultado es la décima parte de la del hijo. ¿Que edad tiene cada uno?
6. En un aparcamiento hay coches y motos. En la 1ª planta hay 78 vehículos, y en la 2ª hay 64. ¿Cuántos vehículos de 4 ruedas hay en cada planta, si en la 1ª hay 40 ruedas más que en la 2ª y en total son 504 ruedas?
7. Dos ciclistas parten de dos ciudades separadas por 256 Km. Si los dos ciclistas circulan en el mismo sentido tardan en encontrarse 16 h., pero si circulan en sentidos opuestos tardan tan sólo 4 h. ¿Que velocidad lleva cada uno de ellos?
8. En una clase hay 60 alumnos entre chicos y chicas. Usan gafas el 16 % de los chicos y el 20 % de las chicas. Si el nº total de alumnos que usan gafas es 11. ¿Cuántos chicos y chicas hay en la clase?
9. Hace 3 años la edad de Juan era doble que la de Pedro. Dentro de 7 años la edad de Juan será  $\frac{4}{3}$  de la de Pedro. ¿Cuántos años tienen en la actualidad Juan y Pedro?
10. Un comerciante ha vendido en un día cierto nº de artículos a un precio de 12 euros, y un nº de artículos B a 9 euros. Al final del día tenía en caja un total de 72 euros. Vendió un total de 7 artículos entre A y B. ¿Cuántos vendió de cada clase?
11. La edad de un padre es doble que la de su hijo. Hace tres años la edad del padre era triple que la del hijo. ¿Cuáles son las edades actuales del padre y del hijo?
12. La edad de Pedro era doble que la de Luis hace un año. Cuando pasen 9 años la edad de Pedro será  $\frac{4}{3}$  de la edad de Luis. ¿Qué edad tiene actual mente cada uno?
13. La edad de un padre es 4 veces mayor que la de su hijo. Pero hace 6 años la edad del padre era siete veces mayor. ¿Cuál es la edad actual de ambos?
14. Se tiene dos depósitos de agua. El contenido en litros del 1º es igual a  $\frac{3}{4}$  del contenido del 2º, y el contenido del 1º más 20 litros es igual al contenido del 2º. ¿Cuántos litros contiene cada depósito?
15. Con una representación teatral se recaudan 385,13 euros y asisten 704 personas entre hombres, mujeres y niños. Si el doble de personas mayores es menor en 20 unidades al quintuplo de los niños y si las mujeres fueran la mitad, estarían el doble que los hombres. ¿Cuantos hombres, mujeres y niños asistieron?
16. En un colegio hay 372 personas entre profesores, chicas y chicos. Si al doble del nº de profesores se le añade el nº de chicas se tienen 100 personas menos que el triple del nº de chicos. Si las chicas aumentaran en tres, su nº sería el doble que el de chicos. ¿Cuántos hay de cada uno de estos grupos?
17. La suma de dos nº con el anterior del mayor es 419. Si el doble del mayor es 5 veces el menor. ¿Cuáles son dichos nº?

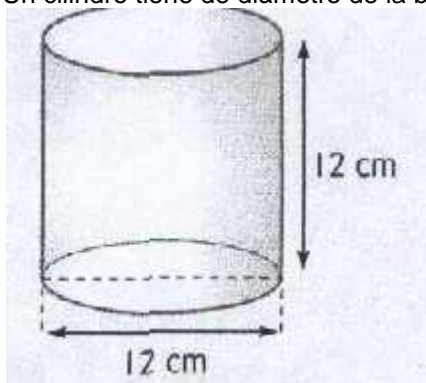
# 7. GEOMETRÍA

1. ¿Que cantidad de helado de vainilla se puede poner en un Cucurucho de 6 cm de radio y una altura de 15 cm (recuerda que por encima del cucurucho sobresale una semiesfera)?
2. Las pelotas de tenis se envasan en tubos (cilindros) que contienen tres pelotas. Cada pelota tiene un diámetro de 8 cm. Calcula;
  - a) La longitud del cilindro.
  - b) El volumen del cilindro.
  - c) El volumen de la parte del tubo que no ocupan las pelotas.
3. En un jardín rectangular de dimensiones 120 m x 80 m se construye un estanque rectangular de 15 m x 20 m. La tierra extraída se esparce alrededor del estanque y el nivel del terreno se eleva 2 cm. ¿Cuál es la profundidad del estanque?
4. Calcula el área total y el volumen de un cilindro y de un cono de 8 cm de radio y una altura de 12 cm. ¿Qué relación hay entre sus áreas y sus volúmenes?
5. Calcula el área y el volumen del monolito de la figura.



6. Calcula el área de los siguientes hexaedros, de arista:
  - a) 8 mm
  - b) 12 cm
  - c) 4 dm
7. Halla el área de los ortoedros de aristas:
  - a) 4; 6; 8 cm
  - b) 2; 5; 6 m
  - c) 10; 20; 30 cm
8. Calcula el volumen de los siguientes hexaedros, de arista:
  - a) 3 cm
  - b) 10 cm
  - c) 5 m
  - d) 6 km
9. Indica el volumen de los ortoedros de arista:
  - a) 3; 4; 5cm
  - b) 10; 15; 20dm
  - c) 8; 12; 10 cm
  - d) 6; 8; 10 m

10. Un cono de radio 5 cm y altura 12 cm se corta por un plano paralelo a la base a 6 cm de la misma. Calcula el volumen del nuevo cono.
11. Al girar un rectángulo sobre uno de sus lados se forma un cilindro de volumen  $320 n \text{ cm}^3$ , y al girar sobre el otro lado se obtiene un cilindro de volumen  $400 k \text{ cm}^3$ . Calcula las dimensiones de dicho rectángulo.
12. Un prisma tiene por base un triángulo equilátero de lado 16 cm. La altura del prisma es cuatro veces la altura triángulo de la base. ¿Cuál es el volumen del prisma?
13. Una pirámide cuadrangular tiene por perímetro de la base 60 cm. Calcula el volumen si la altura es de 25 cm.
14. Un cilindro tiene de diámetro de la base y de altura 12. Calcula su área total y su volumen.



15. Calcula el área de un cubo de 8 cm de arista.
16. Calcula el área de un icosaedro de 12 cm de arista.
17. Un cilindro tiene de altura 9 cm y el área lateral coincide con el área de la base. ¿Cuál es su radio?
18. El diámetro de la base de una lata cilíndrica mide 8 cm y la altura es la mitad de la longitud de la circunferencia de la base. ¿Qué capacidad tiene la lata? ¿Cuánta hojalata hay que usar para hacerla?
19. El área lateral de un cilindro es  $753,6 \text{ cm}^2$  y su generatriz mide 15 cm. Halla su volumen. Halla el volumen de un cubo de 7 cm de arista. Determina el área total de un tetraedro, un cubo, un octaedro, un dodecaedro y un icosaedro de 10 cm de arista.
20. Un cilindro tiene por altura la misma longitud que la circunferencia de la base. Si la altura mide 31,4 cm. ¿Cuál es su área total? ¿Y su volumen?
21. Calcula el volumen de un cono de 4 cm de radio de la base y 9 cm de altura.
22. Calcula el volumen de un cono de 10 cm de diámetro y 13 cm de generatriz.
23. Halla la generatriz de un cono cuyo volumen es  $20.096 \text{ m}^3$ , donde la longitud de la circunferencia de la base mide 12,6 m.
24. Un cubo tiene una diagonal de 25 cm. ¿Cuánto mide su arista?
25. ¿Cabe una regla de 50 cm en una caja de 35 cm de largo, 30 de ancho y 25 de alto?
26. Halla la diagonal de un ortoedro sabiendo que su base es un cuadrado de área  $64 \text{ cm}^2$  y que su altura es tres veces la longitud de la arista de la base.
27. Una pirámide de base cuadrada tiene como arista de la base 20 cm y la arista de las caras laterales mide 26 cm. Calcula su altura.

28. Una pirámide tiene por base un triángulo equilátero de lado 30 cm. Si la arista lateral mide 39 cm, calcula su altura.
29. El radio de una pirámide pentagonal mide 12 cm y una de sus aristas laterales 24 cm. ¿Qué altura tiene la pirámide?
30. El radio de una pirámide hexagonal mide 10 cm y la altura de una de sus caras 18 cm. ¿Cuál es la altura de dicha pirámide?
31. Halla la generatriz de un cono cuyo radio de la base mide 10 cm y su altura 24 cm.
32. Halla la altura de un cono sabiendo que su generatriz mide 20 cm y la longitud de su base mide 31,4 cm.
33. Halla cuánto mide el radio de la base de un cono sabiendo que la generatriz mide el doble que la altura y ésta mide 8 cm.
34. Los radios de un tronco de cono miden 12 y 21 cm respectivamente. Si la altura mide 28 cm, ¿cuánto mide su generatriz?
35. Una esfera de 10 cm de radio se corta, mediante un plano, a 4 cm de dentro de la esfera. ¿Cuánto mide el radio del círculo de la sección?
36. Una esfera de 12 cm. de radio, apoyada sobre el suelo, es cortada por dos planos paralelos al mismo y situados a 5 y 15 cm del suelo. Calcula el área de la corona circular que se podría formar con las dos secciones obtenidas de la esfera.
37. Una habitación con forma de ortoedro tiene un suelo que mide 4 m de largo y 3 de ancho, por 2,5 m de alto. ¿Cabría en esa habitación un listón de madera de 6 m de largo?
38. Un recipiente tiene forma de prisma rectangular de lados de la base 20 y 16 cm, y de altura 40 cm. Calcula la longitud máxima de un listón para poder guardarlo en dicho recipiente. ¿Qué longitud máxima tendría el listón si queremos que esté completamente apoyado en el suelo?
39. Se quiere realizar un listón de base cuadrangular, lo más ancho posible, con un árbol de forma cilíndrica de 12 cm de radio. ¿Cuánto medirán los lados de la base del listón?

# 8. PROGRESIONES

- Los números 48, 45, 42, .... forman una progresión aritmética. Calcula el término general y la suma de los 20 primeros términos.
- En una progresión geométrica  $\left(1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots\right)$ . Halla el término general, la suma de los 5 primeros términos y, si es posible la suma de sus infinitos términos.
- Forma una progresión aritmética de ocho términos en los siguientes casos:
  - $a_1 = 2$   $d = 3$
  - $a_1 = 2/3$   $d = 1/3$
  - $a_1 = 3$   $d = 2$
  - $a_1 = 3x-7$   $d = x+13$
  - $a_1 = 2/3$   $d = -2$
  - $a_1 = a$   $d = a/4$
  - $a_1 = 3/4$   $d = -3/4$
- Calcula la suma de:
  - Los 50 primeros números naturales.
  - Los 40 primeros múltiplos de 3.
  - Los múltiplos de cinco menores que 180.
  - Los 25 primeros múltiplos de 9.
  - Los múltiplos de 4 comprendidos entre 33 y 666.
  - Los 15 primeros números de la progresión 3, 7, 11, 15, ....
- Una persona envía una copia de una carta a cada uno de dos amigos suyos, rogándoles que a su vez cada uno de ellos envíe otra copia a cada uno de otros dos amigos con el mismo ruego. Después de 12 envíos ¿Cuántas copias se han enviado?
- La suma del 2º y 9º término de una progresión aritmética es -8, y la suma del 5º y 10º es -8/3. Busca el primer término.
- En una progresión aritmética, la suma del 1º y 9º es de 6. El 11º excede al 8º en 2. Halla la diferencia.
- La suma de tres números en progresión aritmética es 12 y su producto es 63. Averigua esos números.
- La suma de tres números en progresión aritmética es 18 y su producto es 162. Calcula esos números.
- Las edades de 4 hermanos forman una progresión aritmética, cuya suma es 32 años. El mayor tiene 6 más que el menor. Averigua los años de los cuatro hermanos.
- Tres números que están en progresión aritmética suman 9, y la suma de sus cuadrados es 35. Halla los tres números.
- Calcula los términos 5º y 6º de una progresión aritmética en la que el 8º es el cuádruplo del primero, y la suma de los 8 primeros términos es 140.
- Las edades de cuatro hermanos suman 54 años y están en progresión aritmética. Sabiendo que la edad del mayor duplica a la del menor, di cuáles son sus edades.
- En una huerta hay plantados 100 árboles en hilera, distando 10 metros cada dos

consecutivos. A 20 metros del primer árbol está el pozo que se utiliza para el riego. Averigua el camino que habrá de recorrer el hortelano para echar un cubo de agua a cada árbol, suponiendo que al acabar deje el cubo en el pozo, donde estaba en un principio.

15. Un reloj que da las horas sin repetición, y anuncia con un toque las medias horas, ¿cuántos toques dará en total en las 24 horas del día?
16. Calcula los lados de un triángulo rectángulo, teniendo en cuenta que sus medidas son números pares consecutivos.
17. Busca el valor de los cinco ángulos de un pentágono, que están en progresión aritmética de diferencia  $20^\circ$ .
18. Un coronel dispone parte de su regimiento en forma de triángulo, a saber: un soldado en la primera fila, 2 en la segunda, 3 en la tercera, y así sucesivamente, resultando un total de 231 hombres. ¿Cuántas filas tendrá ese triángulo?
19. Calcula los términos que se indican en las progresiones geométricas siguientes:

|   |          |
|---|----------|
| a) 1, 2, 4, 8, 16...                    | $a_{12}$ |
| b) 1, 4, 16, 64, 256...                 | $a_{10}$ |
| c) $x, xy, xy^2, xy^3 \dots$            | $a_{32}$ |
| d) $3, 3\sqrt{5}, 15, 15\sqrt{5} \dots$ | $a_{17}$ |
| e) $5, 3, 9/5, 27/25, 81/125 \dots$     | $a_8$    |
| f) $2/3, 4/9, 8/27, 16/81 \dots$        | $a_9$    |
20. El 6º término de una progresión geométrica es 972, y la razón es 3. Halla el primer término.
21. ¿Cuál es el 9º término de una progresión geométrica, si el 1º es 9, y la razón  $1/3$ ?
22. Calcula la razón de la progresión geométrica cuyo primer término es:

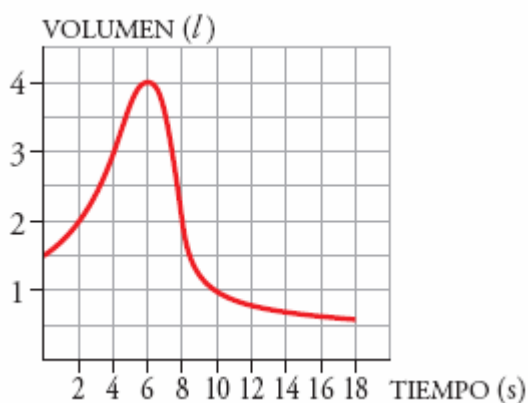
|                             |
|-----------------------------|
| a) $2/9$ y el 6º es 54      |
| b) 3 y el 4º es $1/243$     |
| c) $3/4$ y el 7º es $1/972$ |
23. Calcula la suma de los primeros:

|  |
|--|
| a) 6 términos de la progresión 6, 12, 24 ...           |
| b) 7 términos de la progresión $1/72, 1/24, 1/8 \dots$ |
| c) 9 términos de la progresión $9/2, 3/2, 1/2 \dots$   |
| d) $1, (1+n), (1+n)^2, \dots$                          |
24. Busca la suma de las 10 primeras potencias de  $1/2$ .
25. Halla tres números en progresión geométrica cuya suma sea 26, y su producto 216.
26. Busca tres números en progresión geométrica, sabiendo que su suma es 65, y su producto 3375
27. Tres números, cuya suma es 36, están en progresión aritmética. Si se les suma 1, 4, 43, respectivamente, los resultados forman una progresión geométrica. ¿Cuáles son esos números?
28. En una progresión geométrica, la suma del 1º y 2º es 12, y la suma del 3º y 4º es 108. Halla la razón y la suma de los 7 primeros términos.
29. La suma de los tres primeros términos de una progresión geométrica es 105, y su producto es 8000. Escribe dicha progresión.

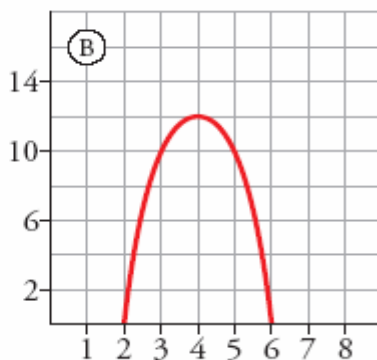
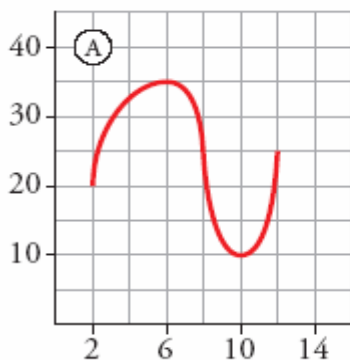
30. Si a todos los términos de una progresión aritmética de diferencia  $d$  y primer término  $a$ , se suma  $b$ , ¿es la nueva sucesión una progresión aritmética? Si la respuesta es afirmativa, ¿Cuál es su diferencia?. ¿Cuál es su primer término?
31. Se consideran todos los múltiplos positivos del número natural  $a$ , ordenados en forma creciente. ¿qué clase de sucesión forman? ¿Se pueden extraer algunos términos de esa sucesión que formen una progresión geométrica?
32. En un bosque hay 3450 árboles y cada 20 años este número se duplica, ¿Cuántos árboles habrá en el bosque al cabo de 100 años?.

# 9. FUNCIONES

- Para medir la capacidad espiratoria de los pulmones, se hace una prueba que consiste en inspirar al máximo y, después, espirar tan rápido como se pueda en un aparato llamado espirómetro. Esta curva indica el volumen de aire que entra y sale de los pulmones.



- ¿Cuál es el volumen en el momento inicial?
  - ¿Cuánto tiempo duró la observación?
  - ¿Cuál es la capacidad máxima de los pulmones de esta persona?
  - ¿Cuál es el volumen a los 10 segundos de iniciarse la prueba? ¿Y cuando termina?
- Para cada una de estas dos gráficas, responde a las cuestiones que se te plantean:

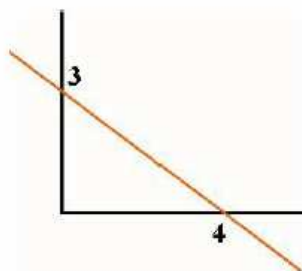


- Indica cuál es su dominio de definición.
  - Di dónde crecen y dónde decrecen.
  - Di si tienen máximo, mínimo, o ambos.
- Representa gráficamente las funciones:
 

|                    |                    |                      |
|--------------------|--------------------|----------------------|
| a) $f(x) = 3x - 5$ | b) $f(x) = 2x + 3$ | c) $f(x) = x$        |
| d) $f(x) = -x$     | d) $f(x) = 3$      | e) $f(x) = 2x - 5/3$ |
  - Indicar pendiente y ordenada en el origen de las funciones afines siguientes:
 

|                    |                       |                        |
|--------------------|-----------------------|------------------------|
| a) $f(x) = 2 - 3x$ | b) $g(x) = 2(3x - 4)$ | c) $h(x) = 3/5(x - 1)$ |
|--------------------|-----------------------|------------------------|
  - ¿Pertenece el punto A(3,4) a la gráfica de la función  $f(x) = x + 1$ ? ¿Y B(-5,-4)? ¿Y C(-1,1)?

6. Sean los puntos A(-1,-1), B(2,2) y C(-1,2). Determinar la función afín cuya representación gráfica pasa por A y B. ¿Pertenece C a esta representación?
7.  $f$  es una función afín definida por  $f(x) = mx + n$ . Calcular  $m$ ,  $n$  y obtener la expresión de  $f(x)$  si:
- a)  $f(2) = 3$  y  $f(1) = 2$     b)  $f(3) = 4$  y  $f(-1) = 2$     c)  $f(1) = 11/6$  y  $f(2) = 10/3$
8. La gráfica siguiente representa una función afín:



- a) De estas 4 fórmulas, ¿cuál es la que la define?  
 $f(x) = 5x$ ;  $f(x) = -3x + 4$ ;  $f(x) = 3/4x + 3$ ;  $f(x) = -3/4x + 3$
- b) Dibujar también en los ejes anteriores la gráfica de  $f(x) = 2x - 3$
- c) Determinar gráficamente el punto M de intersección de las dos rectas anteriores. Calcular las coordenadas exactas de M.
9. Halla los puntos de corte con los ejes de coordenadas de estas rectas y represéntalas:
- a)  $y = -3 + 2(x - 1)$     b)  $y = \frac{3x + 15}{5}$     c)  $-x + 4y = -2$     d)  $x - y = 0$
10. Escribe la ecuación de las siguientes rectas y represéntalas:
- a) Su pendiente es  $m = -2/3$  y pasa por el punto  $P(-1, 2)$ .  
 b) Su pendiente es  $m = 5$  y su ordenada en el origen es  $-4$ .  
 c) Es paralela a  $2x - y + 4 = 0$  y pasa por el punto  $P(-3, 2)$ .

11. Mientras ascendíamos por una montaña, medimos la temperatura y obtuvimos los datos de esta tabla:

|                  |    |     |     |     |
|------------------|----|-----|-----|-----|
| ALTURA (m)       | 0  | 360 | 720 | 990 |
| TEMPERATURA (°C) | 10 | 8   | 6   | 4,5 |

- a) Representa la función *altura-temperatura* y busca su expresión analítica.  
 b) ¿A partir de qué altura la temperatura es menor que 0°C?
12. Determina los puntos de corte con los ejes de las **parábolas** siguientes:

a)  $y = 2x^2 - 14x + 24$     b)  $y = 5x^2 - 10x + 5$     c)  $y = 6x^2 - 12$   
 d)  $y = 3(x - 2)(x + 5)$     e)  $y = 3(x - 2)^2$     f)  $y = 3(x^2 + 4)$

13. Dibuja las parábolas

a)  $f(x) = x^2 - 2x - 8$     b)  $g(x) = -\frac{x^2}{2} + 2x - 3$     c)  $h(x) = -4x^2 + 3$   
 d)  $i(x) = -2x^2 - 2$     e)  $j(x) = 3x^2 + 1$

indicando el vértice y el eje de simetría.

14. Si una parábola pasa por los puntos A(2, -3) y B(-1, -3), ¿cuál es su eje de simetría?
15. Dada  $y = x^2 + mx + 1$ , determinar  $m$  en cada uno de los casos:
- a)  $f(-2) = 8$
  - b) Que la gráfica contenga al punto P(3,3).
  - c) Pase por el origen de coordenadas.